Exercice 1 — 35' min — 5 pt

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=1+\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a)Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x)=\frac{2}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}$

b- Dresser le tableau de variation de f .

2) a- Montrer que (0;1) est un centre de symétrie de C_f.

b- Ecrire l'équation de la tangente T à au point A(0,1) .

c- Etudier la position relative de T et C_f .

d- Tracer C_f et T dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3) a- Montrer que f réalise une bijection de IR sur $]-1,3[$

b- Montrer que pour tout $x \in]-1,3[$; $f^{-1}(x)=\frac{x-1}{\sqrt{3-x^2+2x}}$.

c- Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 2 — 49' min — 7 pt

Soit f la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{x^2-1}+x$

1. (a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

(b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 et interpréter le résultat obtenu.

(a) Montrer que f dérivable sur $]1,+\infty[$ et calculer $f'(x)$:

(b) Dresser le tableau de variation de f:

(a) Montrer que la droite D : y = 2x est une asymptote oblique à C_f :

(b) Tracer C_f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(a) Montrer que f réalise une bijection de $[1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

(b) Montrer que pour tout $x \in J$, on a $f^{-1}(x)=\frac{x^2+1}{2x}$

(c) Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le même repère.

www.takiacademy.com